

Kajian Keberkesanan Aplikasi Geogebra dalam Melukis Graf Fungsi Trigonometri: Satu Tinjauan Literatur

A study on the effectiveness of the GeoGebra application in drawing Trigonometric Function graphs: A Literature Review

Farhana Abdul Salam* and Intan Farahana Kamsin*

Fakulti Pendidikan, Universiti Kebangsaan Malaysia, 3600 Bangi, Selangor, Malaysia

*Corresponding author email: intanfarahanakamsin@ukm.edu.my

SEJARAH ARTIKEL

Diterima: 30 November 2025

Disemak: 24 Februari 2026

Diterima: 16 April 2026

Diterbitkan: 15 Jun 2026

KATA KUNCI

GeoGebra

Graf Fungsi Trigonometri

Visualisasi Matematik

Teori Konstruktivisme

Representasi Bruner

Matematik Tambahan

Pembelajaran Abad ke-21

ABSTRAK - Kertas konsep tinjauan literatur ini bertujuan menghuraikan potensi penggunaan aplikasi GeoGebra dalam meningkatkan kemahiran pelajar melukis graf fungsi trigonometri dalam mata pelajaran Matematik Tambahan di peringkat sekolah menengah di Malaysia. Topik fungsi trigonometri merupakan antara topik yang paling mencabar dalam kurikulum matematik kerana sifatnya yang abstrak dan kompleks khususnya dalam memahami perubahan parameter amplitud, tempoh kitaran dan translasi pada graf sinus, kosinus dan tangen. Kaedah pengajaran tradisional yang bersifat statik dan prosedural didapati tidak berupaya membantu pelajar membina pemahaman konseptual yang mendalam terhadap hubungan antara persamaan fungsi dan bentuk grafnya. Kajian ini berlandaskan Teori Konstruktivisme (Piaget, 1972; Vygotsky, 1978) dan Model Representasi Bruner (1966) yang menekankan pembelajaran aktif melalui penerokaan, pengalaman visual dan pelbagai bentuk representasi. Sorotan literatur menunjukkan bahawa ciri dinamik dan interaktif aplikasi GeoGebra seperti paparan grafik masa nyata dan fungsi gelangar (*slider*) berupaya meningkatkan kefahaman konseptual, kemahiran visualisasi, ketepatan lukisan graf serta motivasi pelajar dalam pembelajaran matematik. Walau bagaimanapun, analisis literatur mendedahkan jurang penyelidikan yang ketara iaitu masih kurang kajian mendalam konteks pendidikan Malaysia yang menilai secara spesifik keberkesanan aplikasi GeoGebra terhadap kemahiran melukis graf fungsi trigonometri dan interpretasi parameter grafnya. Kajian ini menyimpulkan bahawa aplikasi GeoGebra berpotensi besar memperkukuh pengajaran dan pembelajaran graf fungsi trigonometri serta mencadangkan kajian empirikal lanjutan bagi menyokong pengintegrasian teknologi ini dalam kurikulum Matematik Tambahan di Malaysia.

ABSTRACT - This literature review conceptual paper aims to examine the potential of the GeoGebra application in enhancing students' ability to sketch trigonometric function graphs in the Additional Mathematics subject at the secondary school level in Malaysia. The topic of trigonometric functions is consistently identified as one of the most challenging in the mathematics curriculum due to its abstract and complex

nature, particularly in understanding the effects of amplitude, period, and translation parameters on the graphs of sine, cosine, and tangent functions. Traditional instructional approaches that rely on static and procedural methods have been found insufficient in helping students build deep conceptual understanding of the relationship between function equations and their graphical forms. This study is grounded in Constructivist Theory (Piaget, 1972; Vygotsky, 1978) and Bruner's Modes of Representation (1966) which emphasize active learning through exploration, visual experience, and multiple forms of representation. A review of literature reveals that the dynamic and interactive features of GeoGebra such as real-time graphical display and parameter sliders have the potential to enhance conceptual understanding, visualization skills, graph-sketching accuracy and students' motivation in mathematics learning. However, the literature analysis identifies a significant research gap, namely the limited number of studies within the Malaysian educational context that specifically evaluate the effectiveness of GeoGebra in developing trigonometric graph-sketching skills and parameter interpretation. This paper concludes that GeoGebra holds strong potential in strengthening the teaching and learning of trigonometric function graphs and recommends further empirical research to support the integration of this technology into the Additional Mathematics curriculum in Malaysia.

KEYWORDS: GeoGebra, Trigonometric Function Graphs, Mathematical Visualization, Constructivist Theory, Bruner's Modes of Representation, Additional Mathematics, 21st Century Learning

PENGENALAN

Mata pelajaran Matematik Tambahan merupakan subjek elektif yang ditawarkan kepada pelajar aliran sains tulen di Malaysia. Mata pelajaran ini dirangka melalui Kurikulum Standard Sekolah Menengah (KSSM) yang memfokuskan kepada pembinaan kefahaman konsep matematik yang lebih abstrak dan mendalam supaya dapat meningkatkan keupayaan pelajar dalam mengembangkan kemahiran berfikir aras tinggi (KBAT) seperti penaakulan logik dan penyelesaian masalah. Antara tajuk yang memberi kesukaran kepada pelajar dalam mata pelajaran ini ialah Fungsi Trigonometri yang menekankan konsep yang kompleks dan abstrak. Subtajuk yang terkandung dalam tajuk ini ialah pelajar perlu melukis graf sinus, kosinus dan tangen serta memahami kesan perubahan parameter iaitu amplitud, tempoh kitaran dan translasi terhadap bentuk graf trigonometri. Pelajar mengalami kesukaran dalam memahami hubungan antara parameter dan bentuk graf telah menjadi punca kelemahan dalam tajuk ini (Abdullah & Zakaria, 2019). Pendekatan pengajaran tradisional yang berasaskan lukisan manual tidak dapat membantu pelajar membina hubungan konseptual antara persamaan dan bentuk graf menyebabkan kekeliruan dan kesilapan dilakukan berulang kali dalam menyelesaikan masalah trigonometri (Rholey, 2023). Bagi memberi pemahaman yang lebih jelas dan mendalam kepada pelajar, garis panduan yang terkandung dalam Dokumen Standard Kurikulum dan Pentaksiran (DSKP) Matematik Tambahan Tingkatan 5 iaitu penggunaan teknologi adalah digalakkan bagi memperkukuh pemahaman konsep pelajar terhadap perubahan parameter pada fungsi graf trigonometri (Kementerian Pendidikan Malaysia, 2019).

Seiring dengan perkembangan teknologi dalam bidang pendidikan yang telah berkembang dengan pesat, pengintegrasian teknologi dalam pengajaran dan pembelajaran Matematik Tambahan dapat membantu guru menyampaikan kandungan pelajaran dengan memanfaatkan pelbagai sumber digital, perisian interaktif dan pelbagai aplikasi pembelajaran. Penggunaan perisian matematik yang interaktif berupaya meningkatkan pemahaman dan tumpuan serta keyakinan pelajar dalam memahami konsep yang bersifat abstrak (Hohenwarter & Jones, 2007; Zakaria & Khalid, 2016). Aplikasi GeoGebra yang telah dibangunkan oleh Dr Markus Hohenwarter (2004) merupakan antara inovasi yang paling banyak digunakan dalam pengajaran matematik kerana aplikasi ini menggabungkan keupayaan geometri, algebra dan kalkulus secara visual dan dinamik. Kutluca (2012) menyatakan bahawa aplikasi GeoGebra telah dianggap sebagai salah satu alat teknologi yang berkesan dalam menggalakkan pemahaman konseptual dalam pendidikan matematik. Penggunaan aplikasi ini membantu pelajar membina pemahaman konseptual bagi tajuk fungsi trigonometri melalui aktiviti penerokaan dan manipulasi graf secara langsung (Fauzi dan Rahman, 2021).

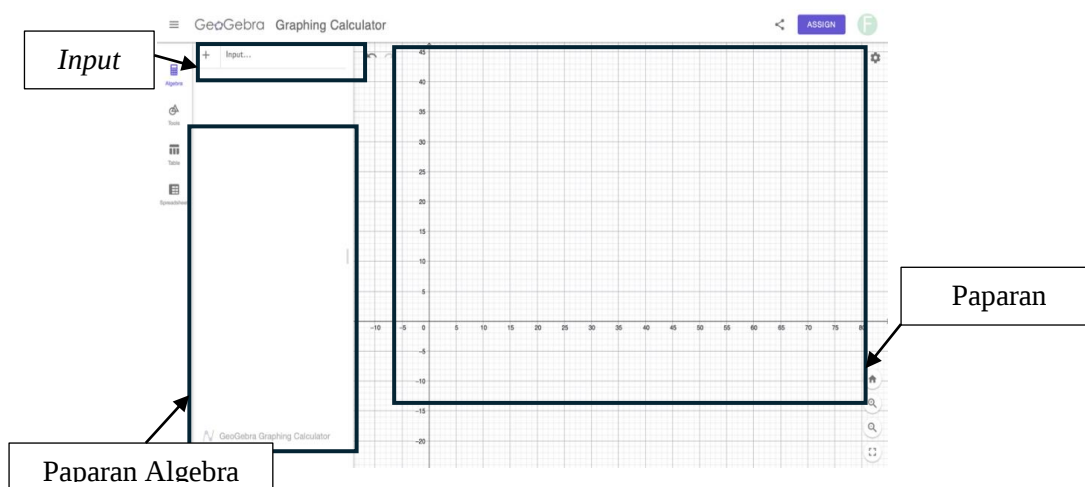
Pengintegrasian aplikasi GeoGebra dalam pengajaran graf trigonometri berfungsi sebagai alat bantu mengajar yang dapat memperkukuhkan proses pembelajaran berasaskan Teori Konstruktivisme dan Model Representasi Bruner (1966). Penerokaan sendiri menggunakan *slider* pada aplikasi GeoGebra, pelajar dapat memahami dengan lebih jelas maksud sebenar setiap parameter melalui pemerhatian, analisis dan refleksi sendiri seiring dengan pandangan teori konstruktivisme oleh Piaget (1972) yang menekankan pembinaan ilmu melalui pengalaman dan interaksi. Pendekatan ini dapat meningkatkan pemahaman konsep serta pelajar dapat menilai dan mentafsir perubahan bentuk graf berdasarkan visualisasi serta meningkatkan kemahiran pelajar dalam proses berfikir aras tinggi (KBAT).

Cabaran yang dihadapi pelajar dalam memahami dan melukis graf trigonometri menunjukkan wujudnya keperluan untuk guru mengubah pendekatan pengajaran ke arah yang lebih interaktif dan berasaskan visualisasi. Penggunaan aplikasi GeoGebra membantu dan menyokong pelajar untuk meneroka sendiri hubungan antara fungsi trigonometri dan bentuk graf yang dihasilkan sekaligus menyokong pembelajaran konstruktivisme yang menjadikan pembelajaran lebih bermakna, menyeronokkan dan berpusatkan pelajar. Selain itu, integrasi aplikasi dalam pengajaran dan pembelajaran dapat memperkukuh keupayaan guru dalam menyampaikan konsep abstrak dengan lebih berkesan melalui pendekatan teknologi pendidikan sejajar dengan matlamat pembelajaran abad ke-21 (PAK 21). Sehubungan dengan itu, kajian ini dijalankan untuk menilai keberkesanan penggunaan aplikasi GeoGebra dalam membantu pelajar untuk memahami dan melukis graf fungsi trigonometri dengan lebih baik serta meningkatkan pemahaman konseptual pelajar terhadap graf fungsi trigonometri khususnya dan subjek Matematik Tambahan amnya.

PENGUNAAN APLIKASI GEOGEBRA DALAM PENGAJARAN DAN PEMBELAJARAN

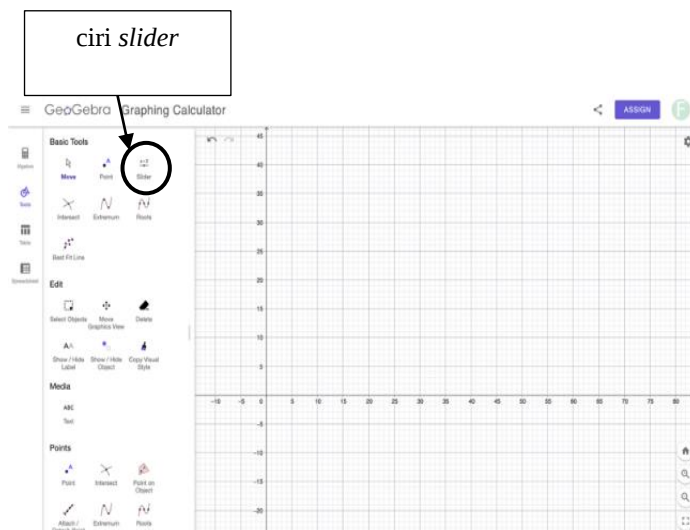
Aplikasi GeoGebra ialah sebuah penggunaan perisian matematik yang dinamik yang dibangunkan oleh Markus Hohenwarter pada tahun 2001 sebagai sebuah alat yang mengintegrasikan geometri, algebra, graf, statistik dan kalkulus dalam satu platform interaktif (Hohenwarter dan Fuchs, 2004). Pengguna aplikasi ini dapat membina, memanipulasi dan memvisualisasikan objek matematik secara masa yang nyata serta dapat menghubungkan perwakilan algebra dan grafik secara serentak. Aplikasi ini bersifat intuitif dan interaktif yang menjadikan aplikasi ini sesuai digunakan dalam proses pengajaran dan pembelajaran matematik yang bersifat abstrak sekaligus pembelajaran berasaskan penerokaan dan maklum balas visual serta merta dapat dilaksanakan.

Aplikasi GeoGebra mempunyai ciri-ciri dinamik (*features*) yang membantu pelajar meneroka graf fungsi trigonometri secara interaktif dan mendalam. Peranan aplikasi ini sebagai kalkulator grafik yang moden berfungsi untuk memaparkan hubungan serentak antara persamaan algebra, nilai numerik dan bentuk graf. Ciri utama aplikasi GeoGebra ialah *Input Bar* iaitu suatu ruang khas untuk memasukkan persamaan algebra atau fungsi matematik. Setiap persamaan yang ditaip dalam *Input Bar* akan dipaparkan serta merta dalam Paparan Algebra (*Algebra View*) dan divisualkan pada Paparan Grafik (*Graphic View*).



Rajah 2.1. Kedudukan *Input Bar*, Paparan Algebra dan Paparan Grafik pada aplikasi GeoGebra

Selain itu, ciri gelangar (*slider*) membolehkan keupayaan pelajar untuk memanipulasi nilai parameter seperti amplitud, tempoh kitaran dan translasi dimana pelajar dapat melihat terus perubahan bentuk graf.



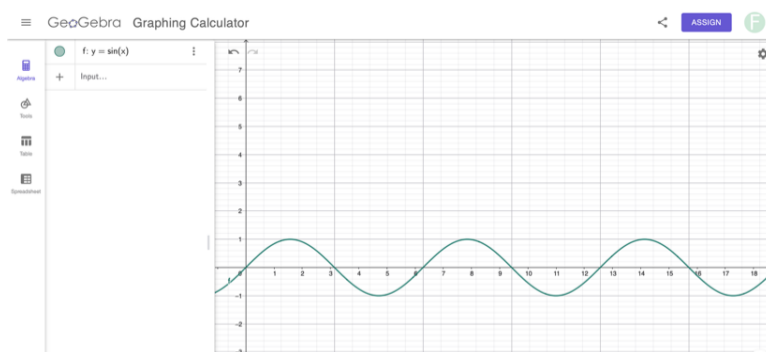
Rajah 2.2. Ciri *slider* dalam *Tools* aplikasi GeoGebra

GRAF FUNGSI TRIGONOMETRI

Graf fungsi trigonometri merupakan perwakilan visual bagi hubungan antara sudut dan nilai fungsi sinus, kosinus dan tangen dalam bentuk lengkung yang berulang secara berkala. Pemahaman mengenai graf ini amat penting kerana ia membantu pelajar memahami corak gelombang, perubahan nilai maksimum dan minimum serta sifat kitaran fungsi trigonometri dalam suatu domain yang ditetapkan.

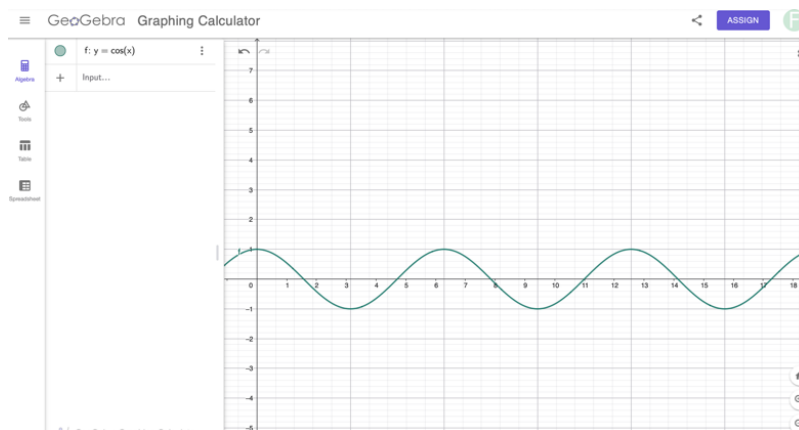
Bentuk Am Graf Sinus, Kosinus dan Tangen

Fungsi sinus merupakan salah satu fungsi asas trigonometri yang digunakan untuk menghubungkan sudut dengan nisbah antara sisi bertentangan dan sisi hipotenus bagi segi tiga bersudut tegak. Fungsi sinus boleh ditulis sebagai $y = \sin x$ dimana fungsi ini ialah suatu fungsi berkala (*periodic function*) yang nilainya berubah dalam pola yang berulang. Stewart (2016) menyatakan bahawa fungsi sinus merupakan gelombang yang berterusan yang bermula dengan sifar, mempunyai nilai minimum -1, nilai maksimum 1 dan berulang dalam satu kitaran lengkap pada selang 0 sehingga 2π radian.



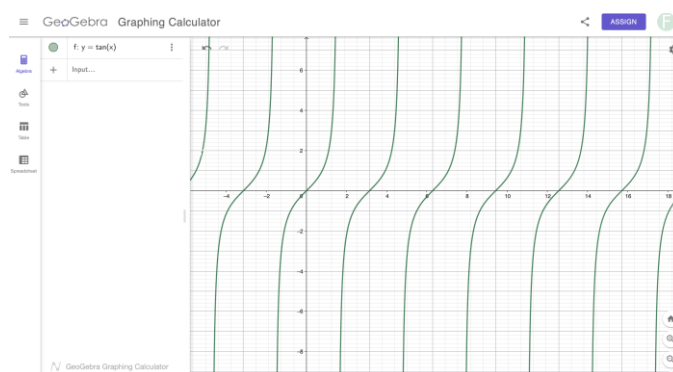
Rajah 2.3. Graf Asas Sinus ($y = \sin x$)

Fungsi kosinus pula ditulis sebagai $y = \cos x$ iaitu suatu fungsi trigonometri yang menghubungkan sudut dengan nisbah antara sisi bersebelahan dan sisi hipotenus bagi segi tiga bersudut tegak. Graf kosinus ialah gelombang licin yang bermula pada nilai maksimum, turun ke sifar dan kemudian ke nilai minimum dan akhirnya kembali kepada nilai maksimum setelah satu kitaran lengkap (Stewart, 2016). Nilai maksimum, minimum dan amplitud bagi fungsi kosinus adalah sama dengan fungsi sinus iaitu 1, -1 dan 1 masing-masing. Graf asas kosinus dicirikan oleh bentuk lengkung yang simetri dan licin. Gelombangnya bermula pada titik maksimum $(0, 1)$, mencapai sifar pada $\frac{\pi}{2}$, minimum pada π , kembali ke sifar pada $\frac{3\pi}{2}$, dan melengkapkan kitaran di 2π (Larson & Hostetler, 2014). Pola ini berulang ke kiri dan kanan bagi domain yang lebih besar.



Rajah 2.4. Graf Asas Kosinus ($y = \cos x$)

Takrifan fungsi asas tangen ($y = \tan x$) pula ialah nisbah antara fungsi sinus dan fungsi kosinus. Fungsi tangen bersifat tidak terikat (*unbounded*) kerana nilainya boleh meningkat atau menurun tanpa had apabila menghampiri sudut-sudut tertentu. Sifat ini menjadikan tangen mempamerkan graf yang mempunyai julat semua nombor nyata serta garis asimptot menegak pada sudut di mana kosinus bernilai sifar. Graf asas fungsi tangen mempunyai corak gelombang berulang dalam tempoh kitaran π , lebih pendek berbanding sinus dan kosinus yang mempunyai tempoh 2π . Gelombang tangen meningkat secara berterusan bermula dari nilai negatif yang sangat besar ($-\infty$) sehingga mencapai nilai positif yang sangat besar (∞) dalam satu selang kitaran. Dalam domain asas $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$, graf tangen bermula pada nilai sifar, kemudian meningkat secara monotonik dan melintasi paksi-x pada titik $(0, 0)$. Manakala pada $x = -\frac{\pi}{2}$ dan $x = \frac{\pi}{2}$, fungsi ini tidak terdefinisi dan membentuk garis asimptot yang menegak (Larson & Hostetler, 2014).



Rajah 2.5. Graf Asas Tangen ($y = \tan x$)

Perubahan Parameter Amplitud, Tempoh Kitaran dan Translasi Pada Graf Fungsi Trigonometri

Perubahan parameter dalam fungsi trigonometri akan menentukan bentuk dan kedudukan graf sinus, kosinus dan tangen. Parameter-parameter ini lazimnya ditulis dalam bentuk umum fungsi $y = a \sin bx + c$, $y = a \cos bx + c$ dan $y = a \tan bx + c$ dan setiap parameter membawa kesan transformasi tertentu terhadap graf asal. Menurut Stewart (2016), transformasi ini membolehkan graf fungsi diubah suai tanpa menjejaskan sifat berkala asasnya serta membantu dalam memodelkan pelbagai fenomena gelombang dan variasi berulang. Larson dan Hostetler (2014) pula menekankan bahawa pemahaman terhadap perubahan parameter amat penting kerana ia menentukan bagaimana graf dilanjutkan, dipendekkan, diperbesar atau dianjak dalam sistem koordinat.

Amplitud yang diwakili oleh nilai pemalar a , ditakrifkan sebagai separuh jarak menegak antara titik maksimum dan titik minimum graf fungsi trigonometri. Amplitud berperanan sebagai ketinggian graf daripada paksi imbangan. Apabaila nilai $|a|$ meningkat, bentuk gelombang graf akan menjadi lebih tinggi dan lebih dalam manakala apabila nilai $|a|$ diturunkan, graf akan menjadi lebih rendah dan mendatar. Jika nilai $a > 0$, graf akan bermula pada sebelah atas paksi-x manakala jika nilai $a < 0$, graf akan bermula pada sebelah bawah paksi-x. Amplitud hanya mempengaruhi graf sinus dan kosinus kerana terikat pada julat tertentu namun tidak mempengaruhi graf tangen kerana graf tangen tidak mempunyai batasan julat.

Tempoh kitaran pula yang diwakili oleh nilai parameter b , merujuk kepada panjang satu gelombang lengkap graf. Tempoh kitaran bagi fungsi sinus dan kosinus boleh dikira menggunakan formula $\frac{2\pi}{b}$ manakala bagi fungsi tangen pula ialah $\frac{\pi}{b}$. Semakin besar nilai b , gelombang graf akan menjadi lebih rapat dan akan berlaku lebih banyak kitaran berlaku dalam domain yang sama dan begitu juga sebaliknya. Larson dan Hostetler (2014) menegaskan bahawa peranan parameter b ini dapat mengawal frekuensi gelombang iaitu bilangan gelombang yang terhasil dalam satu unit panjang paksi-x.

Definisi bagi translasi, c pula ialah proses anjakan menegak atau menurun bagi keseluruhan graf fungsi trigonometri. Stewart (2016) menyatakan bahawa translasi menegak merupakan transformasi linear yang mengubah titik keseimbangan gelombang tanpa mengubah sifat kitarannya. Nilai c yang positif ($c > 0$) menggerakkan graf ke atas manakala nilai c negatif ($c < 0$) menggerakkan graf ke bawah. Translasi ini tidak mengubah bentuk atau tempoh graf tetapi mengubah kedudukan graf relatif kepada paksi-x.

KAJIAN LEPAS

BIL	TAJUK	PENULIS	TAHUN	APLIKASI GEOGEBRA	MELUKIS GRAF FUNGSI TRIGONOMETRI	ANALISIS DATA	NEGARA
1	Investigating High School Students' Misconceptions In Sketching Trigonometric Graphs	Paul Mutodi dan Kgaladi Maphutha	2023		/	Kualitatif	Afrika Selatan
2.	A Systematic Review of Empirical Research on Graphing Numerical Data in K-12 STEM Education	Ruf, A., Brückner, S., & Harel, G	2024		/		Jerman

continued

3.	Performing Homework Using of ICT For Graphical Presentation of Trigonometric Functions: A Qualitative Analysis.	Senad Orhani	2022	/	/	Kualitatif	Kosovo
4	The effect of GeoGebra on STEM students learning trigonometric functions	Tola Bekene Bedada dan France Machaba	2022	/	/	Kuantitatif	Ethiopia
5	Didactical Design on Drawing and Analysing Trigonometric Functions Graph through a Unit Circle Approach	Churun Lu'lu'il Maknun, Rizky Rosjanuardi, Al Jupri	2020		/	Kualitatif	Indonesia
6.	Geogebra Application for Trigonometry Subject: A Quasi Experimental Research	Rholey R. Picaza	2023	/	/	Kuantitatif	Filipina
7.	Penggunaan Aplikasi Geogebra Dalam Meningkatkan Motivasi Siswa Kelas X Pada Materi Trigonometri	Prisca Maltidis, Vinsensius Herianto Ndori, Maria Yustalia So'i, Yuyun Sutari	2025	/		Kualitatif	Indonesia
8.	GeoGebra and students' learning achievement in trigonometric functions graphs representations and interpretations	Nthabiseng Mosese, Ugorji I. Ogbonnaya	2020	/	/	Kuantitatif	Afrika Selatan
9.	Trigonometri, Geogebra, dan Infografis: Sebuah Prosedur Pembelajaran	Muflichati Nurin Azizah	2022	/	/	Kualitatif	Indonesia

continued

	yang Sangkil dan Mangkus.						
10.	Konstruksi Pengetahuan Trigonometri Kelas X melalui GeoGebra dan LKPD	Ai Tusi Fatimah, Asep Amam, Adang Effendi	2017	/	/	Kualitatif	Indonesia
11.	Keberkesanan Penggunaan Perisian GeoGebra dalam Pembelajaran Fungsi dan Graf Terhadap Pencapaian Pelajar Matrikulasi Jurusan Perakaunan	Norazliana Mohmad Kamal & Siti Mistima Maat	2021	/		Kuantitatif	Malaysia
12.	Impact Of Geometer's Sketchpad On Students Achievement In Graph Functions	Leong Kwan Eu	2013		/	Kuantitatif	Malaysia
13.	The Effect Of GSP On Students' Understanding In The Graphs Of Trigonometric Functions.	Nor A'idah Johari, Lee Ooi Chan, Rohaiza Ramli, Noorliah Ahmat	2010		/	Kuantitatif	Malaysia
14.	Kesedaran Metakognisi Dan Pemahaman Konsep Dalam Penyelesaian Masalah Matematik.	Noorzelian a Idris, Norazilawati Abdullah, Saniah Sembak	2015		/	Kuantitatif	
15.	Peranan Perisian Geogebra Dalam Pendidikan Matematik: Sorotan Literatur Bersistematik.	Nur Aina Hanis Hamzah & Riyan Hidayat	2022	/		Kuantitatif	Malaysia
16.	The Effects Of Geogebra On Students Achievement	Nazihatulhasanah Arbain & Nurbiha A. Shukor	2015	/		Kuantitatif	Malaysia

17.	Peningkatan Kemahiran Melakar Graf Trigonometri Menggunakan TGT Dan Teknik Feynman Dalam Pengajaran Dan Pembelajaran Matematik.	Emme Eryanie Esmawi, Noor Aziah binti Abdul Ghani, Kang Kooi Wei	2025		/	Kaedah Campuran	Malaysia
18.	The Effects Of Using Geogebra Teaching Strategy In Malaysian Secondary Schools: A Case Study From Sibu, Sarawak.	Rohaidah Masri, Ting Siew Hiong, Nor'ain Mohd Tajudin, Zamzana Zamzamin, @ Zamzamin, Raja Lailatul Zuraida Raja Ma'amor Shah	2016		/	Kuantitatif	Malaysia
19.	Sorotan Literatur Bersistemik: Penggunaan Perisian Geogebra Dalam Pembelajaran Geometri.	Ng Ai Pin & Roslinda Rosli	2023		/	Kualitatif	Malaysia
20.	Geogebra: Towards Realizing 21st Century Learning In Mathematics Education.	Khor Mui Kim & Ruzlan Md-Ali	2017		/	Kuantitatif	Malaysia

Kepentingan Visualisasi Dalam Pembelajaran Matematik

Visualisasi merupakan komponen yang penting dalam pembelajaran matematik kerana kebanyakan konsep matematik bersifat abstrak dan memerlukan representasi yang dapat membantu pelajar membina makna terhadap konsep yang dipelajari. Secara umumnya, kajian-kajian terdahulu menunjukkan bahawa visualisasi berfungsi sebagai medium penyampaian maklumat serta bertindak sebagai alat pemikiran dan komunikasi matematik yang menyokong proses penaakulan pelajar. Mutodi dan Maphutha (2023) menegaskan bahawa konsep matematik lebih mudah difahami apabila diwakili dalam bentuk visual manakala graf berfungsi sebagai alat pemikiran dan komunikasi yang penting sehingga ketiadaannya boleh mengehadkan ingatan, pemikiran dan penaakulan. Pandangan ini selari dengan hujah Duval (1999) yang dirujuk oleh Orhani (2022) yang menyatakan bahawa makna dalam matematik tidak dapat dipisahkan daripada proses visualisasi. Manakala bagi perspektif kognitif pula,

Azizah (2023) menjelaskan bahawa hampir 75% maklumat yang diproses oleh otak manusia adalah dalam bentuk visual justeru komunikasi visual berperanan sebagai sistem sokongan utama dalam proses penyelesaian masalah matematik. Kesemua pandangan ini menunjukkan bahawa visualisasi merupakan elemen asas yang membantu pelajar memahami dan memaknai konsep-konsep matematik yang abstrak.

Kepentingan visualisasi dalam pembelajaran matematik turut disokong oleh beberapa perspektif teori yang menjelaskan bagaimana representasi visual membantu proses pembinaan pengetahuan. Misalnya, Teori Beban Kognitif yang diperkenalkan oleh Sweller (1988) menjelaskan bahawa penyampaian maklumat secara visual mampu mengurangkan beban kognitif pelajar dengan menukarkan maklumat abstrak kepada bentuk yang lebih konkrit dan mudah ditafsirkan. Berdasarkan teori tersebut, Esmawi et al. (2025) menegaskan bahawa visualisasi membantu pelajar memahami konsep yang kompleks dengan lebih mudah melalui pengurangan beban mental semasa proses pembelajaran. Selari dengan itu, Picaza (2023) juga mengaitkan kepentingan visualisasi dengan Teori Multi-Representasi Bruner yang menekankan bahawa pembelajaran konsep abstrak berlaku secara berperingkat melalui representasi enaktif, ikonik dan simbolik. Dalam konteks pembelajaran digital, peringkat ikonik dicapai melalui penggunaan visualisasi grafik yang jelas dan interaktif. Oleh itu, kedua-dua teori tersebut memperlihatkan bahawa visualisasi berfungsi sebagai jambatan yang menghubungkan pengalaman konkrit dengan pemikiran abstrak supaya dapat memudahkan pembentukan kefahaman matematik yang lebih bermakna.

Dari sudut empirikal, pelbagai kajian secara konsisten melaporkan bahawa penggunaan visualisasi memberikan kesan positif terhadap kefahaman konsep dan pencapaian pelajar dalam matematik. Mohamad Kamal dan Maat (2021) yang merujuk kepada kajian Casey dan Fell (2019), mendapati bahawa terdapat hubungan yang signifikan antara kemahiran visualisasi dengan pencapaian pelajar dalam matematik. Dapatan tersebut turut disokong oleh kajian Mosese dan Ogbonnaya (2021) yang melaporkan perbezaan pencapaian yang signifikan secara statistik antara pelajar yang mengikuti pembelajaran berasaskan visualisasi dengan kumpulan kawalan bagi topik fungsi trigonometri. Selain itu, Maltildis et al. (2025) mendapati bahawa majoriti pelajar menunjukkan peningkatan kefahaman terhadap graf fungsi trigonometri apabila pendekatan visualisasi digunakan berbanding kaedah pengajaran konvensional. Keseluruhannya, dapatan kajian-kajian tersebut menunjukkan bahawa visualisasi bukan sahaja membantu pembentukan konsep matematik, malah menyumbang kepada peningkatan prestasi akademik pelajar.

Di samping aspek kognitif, visualisasi juga memberikan kesan positif terhadap aspek afektif pembelajaran matematik. Kajian-kajian lepas menunjukkan bahawa pengalaman pembelajaran yang melibatkan visualisasi interaktif mampu meningkatkan minat, motivasi dan keyakinan pelajar untuk meneroka konsep matematik secara lebih mendalam. Menurut Maltildis et al. (2025), pengalaman belajar melalui visualisasi yang bersifat interaktif dan fleksibel mewujudkan suasana pembelajaran yang menyeronokkan serta memberikan kebebasan kepada pelajar untuk meneroka konsep secara sendiri sekali gus meningkatkan keyakinan mereka terhadap kebolehan memahami matematik. Sejajar dengan itu, Ng dan Rosli (2023) menegaskan bahawa sifat interaktif dan penerokaan yang terdapat dalam visualisasi dapat menggalakkan penglibatan aktif pelajar sepanjang proses pembelajaran. Hal ini menunjukkan bahawa visualisasi berfungsi sebagai alat untuk meningkatkan kefahaman konsep serta bertindak sebagai pemangkin motivasi yang mendorong penglibatan pelajar secara menyeluruh dalam pembelajaran matematik.

Secara keseluruhannya, sorotan literatur menunjukkan bahawa visualisasi memainkan peranan yang signifikan dalam pembelajaran matematik kerana keupayaannya membantu pelajar memahami konsep abstrak, mengurangkan beban kognitif, meningkatkan pencapaian akademik serta merangsang motivasi dan penglibatan pelajar dalam pembelajaran. Oleh itu, integrasi elemen visual dalam pengajaran matematik perlu diberi perhatian kerana ia berupaya mewujudkan pengalaman pembelajaran yang lebih bermakna, khususnya bagi topik yang melibatkan konsep abstrak seperti graf fungsi trigonometri.

Kesukaran Pelajar dalam Melukis Graf Fungsi Trigonometri

Topik fungsi trigonometri secara konsisten dikenal pasti sebagai salah satu topik yang paling mencabar dalam kurikulum matematik dalam negara mahupun di luar negara. Orhani (2022) menegaskan bahawa trigonometri telah digambarkan sebagai bahagian paling sukar dalam kurikulum matematik sekolah menengah manakala Picaza (2023) juga menambah bahawa ramai pelajar masih menghadapi kesukaran dalam mendefinisi dan mengklasifikasi trigonometri walaupun ia merupakan komponen yang sudah lama mantap dalam kurikulum. Bedada dan Machaba (2022) serta Mosese dan Ogbonnaya (2021) juga turut mengesahkan hal ini bahawa fungsi trigonometri merupakan antara topik yang pelajar alami kesukaran paling ketara dengan pencapaian yang lemah dalam topik ini menjadi kebimbangan serius di peringkat nasional.

Kesukaran pelajar dalam topik ini berpunca daripada beberapa faktor yang saling berkait. Pertama, sifat abstrak fungsi trigonometri menyukarkan pelajar membuat hubungan antara pelbagai bentuk representasi. Mutodi dan Maphutha (2023) mendapati bahawa pelajar bergelut untuk beralih antara representasi grafik dan algebra fungsi trigonometri manakala Mosese dan Ogbonnaya (2021) menjelaskan bahawa pelajar menghadapi kesukaran dalam menghubungkan representasi berangka dan simbolik dengan output grafik yang berkaitan. Kedua, kekeliruan terhadap konsep dan prosedur melukis graf turut dikenal pasti sebagai punca utama. Maknun et al. (2020) melaporkan bahawa pelajar sukar mengenal pasti julat peningkatan dan penurunan fungsi sinus dan kosinus, keliru dalam menentukan nilai pada paksi-y bagi sudut tertentu fungsi tangen serta gagal mengaitkan kedudukan sudut daripada bulatan unit ke satah Cartes. Esmawi et al. (2025) pula mendapati melalui soal selidik tinjauan awal bahawa 85% pelajar tidak tahu menentukan bilangan ulangan graf, 88% sukar mengenal pasti jenis fungsi trigonometri, dan 92% hilang motivasi akibat kesukaran memahami bentuk graf.

Selain itu, pendekatan pengajaran yang terlalu berorientasikan prosedur turut menyumbang kepada kesukaran ini. Orhani (2022) menjelaskan bahawa banyak aspek trigonometri diajar secara prosedural, memaksa pelajar belajar tanpa makna dan menghafal semata-mata. Mohmad Kamal dan Maat (2021) turut melaporkan bahawa pelajar sukar membuat visualisasi dan melakar graf apabila sesuatu fungsi diberikan terutamanya fungsi yang melibatkan beberapa syarat nilai. Ini selari dengan kajian Mutodi dan Maphutha (2023) yang menambah bahawa pelajar cenderung mempelajari peraturan melukis graf secara hafalan tanpa memahami makna dan hubungannya dengan ekosistem matematik yang lebih luas seterusnya menyebabkan mereka gagal menunjukkan kecekapan dalam interpretasi dan analisis graf trigonometri.

Penggunaan Teknologi Dalam Pendidikan Matematik

Penggunaan teknologi dalam pendidikan matematik telah berkembang pesat dan kini diiktiraf sebagai salah satu pendekatan pedagogi yang paling berkesan dalam meningkatkan kualiti pengajaran dan pembelajaran. Johari et al. (2010) menegaskan bahawa prinsip pengintegrasian teknologi dalam pengajaran matematik telah sebatik dalam kurikulum matematik kebanyakan negara di seluruh dunia. Ini disokong dengan kajian Hamzah dan Hidayat (2022) yang menjelaskan bahawa kajian lepas membuktikan terdapat kesan yang signifikan penggunaan teknologi pendidikan ke atas pencapaian matematik pelajar dengan data *Programme for International Student Assessment* (PISA) 2012 turut mengesahkan bahawa penggunaan Teknologi Maklumat dan Komunikasi (TMK) memberi kesan positif terhadap pencapaian pelajar dalam matematik dan sains (Bulut & Cutumisu, 2017, sebagaimana dipetik dalam Hamzah & Hidayat, 2022).

Kelebihan utama teknologi dalam pendidikan matematik terletak pada keupayaannya mengubah pengalaman pembelajaran daripada pendekatan berpusatkan guru yang bersifat pasif kepada persekitaran pembelajaran yang aktif, interaktif, dan bermakna. Orhani (2022) menjelaskan bahawa penggunaan teknologi dalam matematik mampu meningkatkan pembelajaran bermakna melebihi pengajaran tradisional dengan menghubungkan sekolah kepada dunia sebenar, menyokong interaksi, menyediakan paparan dinamik, pelbagai representasi, dan model interaktif. Mosese dan Ogbonnaya (2021) turut menegaskan bahawa pengajaran dan pembelajaran dengan teknologi membuka kemungkinan transformasi baharu bagi pelajar, meningkatkan penglibatan dan menggalakkan penyiasatan serta perkembangan konseptual dalam matematik. Walau bagaimanapun, Azizah (2023) memberi peringatan bahawa penggunaan teknologi tidak secara automatik menghasilkan keputusan

yang lebih baik sebaliknya aspek yang paling penting ialah bagaimana teknologi itu digunakan oleh pendidik dalam proses pembelajaran.

Dalam konteks Malaysia, Khor dan Md-Ali (2017) melaporkan bahawa peratusan guru yang menggunakan perisian geometri dinamik pada tahun 2013 hanyalah 1.2%, dan sifar peratus pada tahun 2012 menunjukkan jurang yang besar antara potensi teknologi dengan amalan sebenar di bilik darjah. Justeru, Mohmad Kamal dan Maat (2021) mengingatkan bahawa penggunaan teknologi terkini sangat digalakkan kerana ia membantu pelajar meningkatkan kemahiran visualisasi, pemahaman konsep, serta meneroka idea matematik yang abstrak selaras dengan aspirasi Pelan Pembangunan Pendidikan Malaysia 2013-2025 yang menekankan keperluan pelajar berkemahiran dan berpengetahuan dalam menghadapi dunia yang semakin global dan digital.

Penggunaan Aplikasi Geogebra Dalam Matematik

Aplikasi GeoGebra merupakan perisian matematik dinamik sumber terbuka yang dibangunkan oleh Markus Hohenwarter pada tahun 2001 dan direka bentuk bagi mengintegrasikan pelbagai cabang matematik seperti geometri, algebra, aritmetik, statistik, kalkulus dan trigonometri dalam satu platform yang mudah digunakan (Mohmad Kamal & Maat, 2021; Ng & Rosli, 2023). Seiring dengan perkembangan teknologi, aplikasi GeoGebra telah mengalami transformasi daripada perisian berasaskan komputer kepada aplikasi yang boleh diakses melalui internet dan peranti mudah alih sekali gus membolehkan penggunaannya diperluaskan ke lebih daripada 190 buah negara dan diterjemahkan ke dalam lebih 55 bahasa (Masri et al., 2016; Hamzah & Hidayat, 2022). Selain itu, sifatnya yang percuma, mesra pengguna dan tidak memerlukan kemahiran pengaturcaraan menjadikan aplikasi GeoGebra antara perisian matematik dinamik yang paling popular dan mudah diintegrasikan dalam pengajaran dan pembelajaran matematik berbanding perisian lain seperti Mathematica dan Maple (Masri et al., 2016; Mohmad Kamal & Maat, 2021).

Dari aspek pedagogi, pelbagai kajian menunjukkan bahawa penggunaan aplikasi GeoGebra memberikan impak positif terhadap pembelajaran matematik khususnya dalam meningkatkan pencapaian akademik, pemahaman konsep, motivasi, penglibatan pelajar serta perkembangan kemahiran aras tinggi seperti visualisasi spatial, penaakulan matematik, pemikiran kritis dan penyelesaian masalah (Arbain & Shukor, 2015; Khor & Md-Ali, 2017; Hamzah & Hidayat, 2022; Ng & Rosli, 2023). Keberkesanan ini banyak dikaitkan dengan ciri dinamik dan interaktif aplikasi GeoGebra yang membolehkan pelajar meneroka konsep matematik secara aktif serta memerhatikan hubungan antara pelbagai perwakilan matematik dengan lebih jelas. Oleh itu, penggunaan aplikasi GeoGebra terbukti menyumbang kepada peningkatan pencapaian pelajar serta turut membantu membina pemahaman konseptual yang lebih mendalam terhadap konsep-konsep matematik yang abstrak.

Selain meningkatkan aspek kognitif, penggunaan aplikasi GeoGebra turut menyokong pelaksanaan pembelajaran berpusatkan pelajar dan pembentukan persekitaran pembelajaran yang lebih bermakna. Melalui ciri penerokaan dan manipulasi secara dinamik, pelajar berpeluang membina pengetahuan secara sendiri, meneroka idea matematik dengan lebih fleksibel serta terlibat secara aktif dalam proses pembelajaran (Masri et al., 2016; Hamzah & Hidayat, 2022). Pendekatan ini didapati lebih menarik dan menyeronokkan berbanding kaedah pengajaran tradisional yang berpusatkan guru seterusnya dapat meningkatkan minat dan keterujaan pelajar terhadap pembelajaran matematik (Mohmad Kamal & Maat, 2021). Malah, sifat interaktif aplikasi GeoGebra yang menggabungkan elemen visualisasi dan penerokaan turut menggalakkan pembelajaran yang lebih bermakna serta menyokong perkembangan pemahaman konseptual secara berterusan (Ng & Rosli, 2023).

Secara keseluruhannya, dapatan kajian-kajian terdahulu menunjukkan bahawa aplikasi GeoGebra mempunyai potensi yang besar sebagai alat pedagogi dalam pendidikan matematik abad ke-21. Keupayaannya mengintegrasikan pelbagai perwakilan matematik, menyokong visualisasi konsep yang abstrak serta mewujudkan persekitaran pembelajaran yang aktif dan berpusatkan pelajar menjadikan penggunaannya sangat relevan dalam meningkatkan keberkesanan pengajaran dan pembelajaran matematik. Justeru, penggunaan aplikasi GeoGebra wajar diperkasakan dalam bilik darjah bagi menyokong aspirasi Pelan Pembangunan Pendidikan Malaysia 2013–2025 yang menekankan pembangunan modal insan yang berkemahiran, kreatif dan celik teknologi (Masri et al., 2016; Khor & Md-Ali, 2017).

Penggunaan Aplikasi Geogebra Dalam Fungsi Trigonometri

Pengintegrasian aplikasi GeoGebra dalam pengajaran dan pembelajaran fungsi trigonometri terbukti berkesan dalam menangani sifat abstrak topik ini melalui pendekatan visualisasi yang dinamik dan interaktif. Berbanding kaedah tradisional yang memerlukan pelajar melukis graf secara manual titik demi titik, aplikasi GeoGebra membolehkan pelajar menjana pelbagai graf trigonometri hanya dengan menaip persamaan supaya dapat memberikan mereka ruang untuk meneroka, menyiasat dan menginterpretasi sifat-sifat graf secara langsung (Mosese & Ogbonnaya, 2021; Bedada & Machaba, 2022). Melalui visualisasi masa nyata, perubahan nilai parameter pada fungsi trigonometri dapat diperhatikan serta-merta menjadikan hubungan antara sudut, amplitud, dan fasa fungsi sinus, kosinus dan tangen lebih mudah difahami secara konkrit (Maltildis et al., 2025; Azizah, 2023).

Keberkesanan pendekatan ini turut disokong oleh bukti empirikal yang kukuh. Kajian-kajian yang dijalankan secara kuasi-eksperimen secara konsisten melaporkan perbezaan pencapaian yang signifikan secara statistik antara pelajar yang menggunakan aplikasi GeoGebra berbanding kumpulan kawalan khususnya dalam aspek menghubungkan pelbagai representasi fungsi trigonometri dan menginterpretasi graf (Mosese & Ogbonnaya, 2021; Bedada & Machaba, 2022; Picaza, 2023). Malah, penggunaan aplikasi GeoGebra dalam model *blended learning* dilaporkan mampu meningkatkan retensi pemahaman konsep trigonometri sehingga 28% lebih tinggi berbanding pembelajaran tradisional (Stella & Budi, 2023, sebagaimana dipetik dalam Maltildis et al., 2025) manakala nilai tugas pelajar yang menggunakan aplikasi GeoGebra bersama pendekatan infografik mencapai purata antara 92.69 hingga 94.05 (Azizah, 2023).

Secara keseluruhannya, aplikasi GeoGebra yang berperanan sebagai alat bantu mengajar yang juga merupakan medium pembelajaran yang mengubah cara pelajar memahami dan menghayati fungsi trigonometri. Keupayaannya menyatukan perwakilan grafik, algebra, dan berangka secara serentak dalam satu platform membolehkan pelajar membina pemahaman konseptual yang lebih mendalam, holistik dan bermakna berbanding pendekatan konvensional (Mosese & Ogbonnaya, 2021; Maltildis et al., 2025; Picaza, 2023).

Jurang Kajian

Walaupun literatur secara konsisten menunjukkan bahawa visualisasi dan penggunaan teknologi seperti aplikasi GeoGebra memberi impak positif terhadap pembelajaran matematik, namun terdapat beberapa jurang konsep yang masih belum diterokai secara mendalam dalam konteks kajian ini. Kebanyakan kajian lepas menekankan keberkesanan umum visualisasi dalam matematik atau kesan penggunaan aplikasi GeoGebra secara keseluruhan namun masih kurang kajian yang memfokuskan secara spesifik kepada peranan visualisasi dinamik dalam membina pemahaman graf fungsi trigonometri secara berfasa (contohnya perubahan parameter amplitud, tempoh dan fasa). Hubungan antara *proses visualisasi interaktif* dan *pembinaan konsep fungsi trigonometri secara progresif* masih belum diuraikan secara terperinci.

Seterusnya, walaupun banyak kajian melaporkan peningkatan pencapaian pelajar melalui penggunaan aplikasi GeoGebra, kebanyakan dapatan adalah berfokus kepada hasil akhir (*outcome-based*) seperti skor ujian atau pencapaian akademik. Namun, terdapat kekurangan kajian yang meneroka proses kognitif sebenar pelajar semasa berinteraksi dengan representasi visual dinamik khususnya bagaimana mereka mentafsir, menghubungkan dan menstruktur semula pemahaman antara representasi algebra, grafik dan unit bulatan.

Terdapat jurang dari segi mekanisme pedagogi yang menjelaskan bagaimana visualisasi berasaskan teknologi benar-benar mengurangkan salah faham dalam topik trigonometri. Ini bermakna masih kurang penjelasan tentang *bagaimana* dan *mengapa* visualisasi tertentu lebih efektif dalam menangani kesilapan konseptual yang spesifik dalam melukis graf trigonometri.

Selain itu, kajian lepas juga kurang memberi perhatian kepada hubungan antara peningkatan aspek afektif (motivasi dan keyakinan) dengan perkembangan kemahiran visualisasi matematik yang **sebenar** khususnya dalam konteks topik graf fungsi trigonometri. Hubungan ini masih bersifat andaian dan belum diuji secara mendalam dalam konteks pedagogi berasaskan visualisasi.

Akhirnya, dalam konteks amalan pengajaran di bilik darjah masih terdapat jurang antara potensi teknologi dan pelaksanaannya di mana penggunaan aplikasi GeoGebra sering dilaporkan secara umum tanpa huraian terperinci tentang model pedagogi visualisasi yang sistematik untuk topik fungsi trigonometri. Ini menunjukkan keperluan kepada kajian yang lebih berfokus untuk membangunkan dan menilai pendekatan pengajaran berasaskan visualisasi yang lebih terstruktur.

TEORI KONSTRUKTIVISME

Teori konstruktivisme merupakan teori asas yang penting dalam bidang pendidikan khususnya pada pembelajaran abad ke-21 yang menekankan pembelajaran melalui proses pembinaan pengetahuan pelajar berdasarkan pengalaman dan interaksi pelajar dengan persekitaran. Piaget (1972) menekankan bahawa pembelajaran merupakan proses mental pelajar dalam membentuk kefahaman baru dengan menggabungkan maklumat baharu dengan struktur kognitif sedia ada. Proses pembelajaran ini berlaku melalui penyesuaian skema minda apabila pelajar berhadapan dengan situasi atau maklumat baharu. Pembelajaran akan menjadi lebih bermakna kerana pelajar membina sendiri pengetahuan berdasarkan interpretasi mereka sendiri.

Manakala Vygotsky (1978) turut memperkukuh teori konstruktivisme melalui perspektif sosial yang memberi tumpuan kepada pembelajaran berlaku melalui interaksi sosial, bahasa dan budaya. Vygotsky telah memperkenalkan konsep *Zone of Proximal Development* (ZPD) yang merujuk kepada tahap keupayaan pelajar yang boleh dicapai dengan bimbingan daripada guru atau rakan sebaya. Guru akan memainkan peranan sebagai scaffolder yang menyediakan sokongan sementara bagi membantu pelajar menguasai kemahiran baharu sebelum mereka mampu untuk melakukan pembelajaran sendiri. Pendekatan yang dilakukan ini menyokong ciri pembelajaran koperatif dan pembelajaran berasaskan masalah yang sering digunakan dalam pembelajaran bilik darjah pada masa kini.

Teori konstruktivisme dalam pembelajaran Matematik menekankan kepada proses pembelajaran aktif di mana pelajar membuat penerokaan konsep melalui visual, manipulasi objek, simulasi atau perbincangan kumpulan. Jonassen (1999) menyatakan bahawa penggunaan teknologi dalam pembelajaran berasaskan konstruktivisme dapat meningkatkan pemahaman konsep apabila pelajar dilibatkan dengan bahan interaktif yang memberi peluang kepada mereka untuk mencuba, menguji idea, mendapatkan maklum balas dengan segera dan membina pemahaman secara progresif. Pernyataan Jonassen sangat relevan bagi mata pelajaran Matematik Tambahan kerana kandungannya yang abstrak dan sukar difahami seperti graf fungsi trigonometri di mana untuk memahami tajuk ini, keperluan pelajar terhadap medium visual dan interaktif dapat membantu pelajar membentuk pengetahuan yang lebih berkesan dan bermakna.

Fosnot dan Perry (2005) menegaskan bahawa dalam pembelajaran Matematik, pelajar perlu membina struktur mental yang kukuh melalui kaedah penerokaan dari pengalaman. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) juga menekankan kepentingan pembelajaran yang melibatkan penerokaan, penyoalan, perbincangan dan membuat perwakilan pelbagai bentuk bagi membina pemahaman konseptual yang mendalam. Dapatan ini sangat bersesuaian dengan pembelajaran graf fungsi trigonometri kerana kajian Bingham (2019) menunjukkan bahawa pelajar sering gagal menghubungkan hubungan antara parameter dan bentuk graf apabila pembelajaran yang dijalankan bersifat prosedural dan bukan penyiasatan. Pelajar perlu terlibat secara aktif dalam memanipulasi perwakilan dan meneroka hubungan antara fungsi trigonometri dan bentuk graf supaya pembelajaran menjadi lebih bermakna (Weber, 2005). Ini menunjukkan bahawa teori konstruktivisme sangat sesuai diterapkan dalam pembelajaran graf fungsi trigonometri ini.

Seiring dengan kemajuan teknologi, penggunaan perisian dinamik Matematik seperti aplikasi GeoGebra menyokong pembelajaran konstruktivis kerana aplikasi ini menyediakan peluang untuk pelajar meneroka secara bebas, memanipulasi objek visual dan mendapat maklum balas dengan segera. Hohenwartern dan Fuchs (2004) menjelaskan bahawa aplikasi GeoGebra membantu pelajar untuk membina konsep secara induktif kerana ia menggabungkan perwakilan algebra, grafik dan numerik dalam suatu paparan yang interaktif. Manakala Kalyuga dan Singh (2016) mendapati bahawa pelajar dapat membina struktur kognitif yang lebih stabil melalui penerokaan konsep Matematik dengan menggunakan teknologi yang interaktif kerana proses percubaan dan kesilapan (trial and error exploration) telah menggalakkan pembentukan konsep yang baru.

Teori Konstruktivisme memberikan asas teoritikal yang kukuh kerana menjadikan pelajar sebagai pembina utama konsep dan pengetahuan Matematik. Pembelajaran yang bersifat interaktif melalui pendekatan konstruktivisme membolehkan pelajar membina kefahaman yang mendalam terhadap hubungan antara fungsi trigonometri dan grafnya. Penggunaan aplikasi GeoGebra dapat mengukuhkan teori konstruktivisme kerana menyediakan peluang kepada pelajar untuk memanipulasi parameter graf, meneroka kesan bentuk graf secara serta merta dan membina kefahaman konsep berdasarkan pengalaman visual dan intelektual mereka sendiri.

MODEL REPRESENTASI BRUNER

Model Representasi Bruner (Bruner's Modes of Representation) merupakan salah satu teori penting dalam psikologi pendidikan yang menekankan bagaimana pelajar mewakili, memproses dan membina makna terhadap sesuatu konsep melalui tiga bentuk representasi utama. Jerome S. Bruner (1966) menjelaskan bahawa pembelajaran berlaku melalui urutan representasi enaktif, ikonik **dan** simbolik yang dipengaruhi oleh pengalaman, interaksi dan tahap kefahaman pelajar. Representasi enaktif melibatkan tindakan fizikal atau manipulasi objek konkrit, representasi ikonik pula merangkumi penggunaan gambar, rajah dan imej mental manakala representasi simbolik melibatkan penggunaan bahasa, simbol atau notasi abstrak seperti persamaan dan nombor. Ketiga-tiga representasi ini membentuk satu rangka kognitif yang saling melengkapi dan menyokong pemahaman konsep secara progresif.

Model Representasi Bruner dalam konteks pendidikan matematik menyediakan asas yang kukuh untuk penggunaan pelbagai representasi dalam pengajaran dan pembelajaran. Kajian empirikal menunjukkan bahawa transisi daripada konkrit kepada visual dan seterusnya simbolik dapat mengurangkan beban kognitif serta meningkatkan pemahaman konsep, terutamanya apabila pelajar berdepan tajuk abstrak. Sebagai contoh, kajian McNeil dan Uttal (2009) menjelaskan bahawa manipulatif konkrit membantu pelajar menghubungkan pengalaman fizikal dengan simbol matematik, manakala representasi visual membina jambatan antara objek sebenar dan bentuk simbolik. Penemuan ini menyokong pandangan Bruner bahawa pembelajaran yang berkesan berlaku apabila pelajar dapat menghubungkan tindakan, imej dan simbol secara serentak.

Teori Bruner ini juga turut memberi sumbangan kepada pendekatan pengajaran matematik moden seperti *Concrete–Pictorial–Abstract (CPA)* yang digunakan secara meluas dalam kelas untuk membantu pelajar memahami konsep secara bertahap. Kajian Mainali (2021) menunjukkan bahawa penggunaan pelbagai representasi meningkatkan kejelasan konsep dan keupayaan penyelesaian masalah pelajar. Hoong, Kin dan Pien (2015) pula menegaskan bahawa pendekatan CPA berakar daripada teori Bruner dan terbukti berkesan dalam meningkatkan pemahaman konsep matematik asas seperti nombor dan pecahan. Selain itu, Hui, Hoe dan Lee (2017) mendapati bahawa urutan konkrit–visual–abstrak membantu murid mengembangkan strategi matematik yang lebih fleksibel dan berkesan berbanding kaedah tradisional. Cheow et al. (2019) juga mendapati bahawa penggunaan modul CPA meningkatkan pencapaian dan pengekalan konsep pecahan dalam kalangan murid sekolah rendah. Model Representasi Bruner memberi asas teoritikal yang kuat untuk menjelaskan bagaimana pelajar membina pemahaman terhadap konsep matematik yang abstrak melalui pengalaman konkrit, visual dan simbolik. Dalam konteks pembelajaran trigonometri dan penggunaan teknologi seperti aplikasi GeoGebra, teori ini menyokong penggunaan visualisasi graf, manipulasi parameter dan perwakilan simbolik secara bersepadu. Hal ini bukan sahaja memudahkan pelajar memvisualkan hubungan antara bentuk graf dan persamaan, tetapi juga membantu pelajar menghubungkan idea konkrit, imej grafik dan simbol matematik secara lebih mendalam.

KESIMPULAN

Kertas konseptual ini telah menghuraikan secara sistematik potensi penggunaan aplikasi GeoGebra dalam meningkatkan kefahaman dan kemahiran pelajar dalam melukis graf fungsi trigonometri khususnya dalam konteks mata pelajaran Matematik Tambahan di peringkat sekolah menengah di Malaysia. Melalui sintesis literatur yang komprehensif, kajian ini telah berjaya mengenal pasti tiga perkara utama iaitu cabaran yang dihadapi pelajar dalam topik fungsi trigonometri, potensi aplikasi

GeoGebra sebagai alat bantu pengajaran dan pembelajaran berasaskan teknologi serta justifikasi teoritikal yang menyokong pengintegrasian aplikasi tersebut dalam pengajaran dan pembelajaran matematik.

Berdasarkan sorotan kajian lepas, topik fungsi trigonometri secara konsisten dikenal pasti sebagai antara topik yang paling mencabar dalam kurikulum matematik sekolah menengah sama ada di peringkat nasional mahupun antarabangsa (Mutodi & Maphutha, 2023; Bedada & Machaba, 2022; Mosese & Ogbonnaya, 2021). Kesukaran yang dialami pelajar dalam menguasai topik ini berpunca daripada pelbagai faktor yang saling berkait seperti sifat abstrak konsep fungsi trigonometri, kelemahan dalam menghubungkan pelbagai bentuk representasi matematik serta dominasi pendekatan pengajaran tradisional yang bersifat prosedural dan berasaskan hafalan semata-mata (Orhani, 2022; Maknun et al., 2020; Esmawi et al., 2025). Dalam konteks Malaysia pula, kajian-kajian terdahulu turut melaporkan bahawa pelajar menghadapi kesukaran khusus dalam memvisualisasikan perubahan parameter amplitud, tempoh kitaran dan translasi terhadap bentuk graf trigonometri apabila kaedah pengajaran yang digunakan tidak melibatkan elemen visual yang interaktif (Mohmad Kamal & Maat, 2021; Esmawi et al., 2025).

Sehubungan dengan itu, kajian ini mendapati bahawa aplikasi GeoGebra mempunyai potensi yang signifikan dalam menangani cabaran-cabaran tersebut. Melalui ciri-ciri dinamik dan interaktif seperti Input Bar, Paparan Algebra, Paparan Grafik dan slider parameter, aplikasi GeoGebra membolehkan pelajar meneroka secara langsung hubungan antara perubahan nilai parameter dengan bentuk graf sinus, kosinus dan tangen secara masa nyata (Hohenwarter & Fuchs, 2004; Mosese & Ogbonnaya, 2021). Bukti empirikal daripada kajian-kajian lepas turut mengesahkan bahawa penggunaan aplikasi GeoGebra dalam pengajaran fungsi trigonometri mampu meningkatkan pencapaian akademik, pemahaman konseptual, kemahiran visualisasi serta motivasi dan penglibatan pelajar secara aktif dalam proses pembelajaran (Bedada & Machaba, 2022; Picaza, 2023; Maltildis et al., 2025).

Dari sudut kerangka teoritikal, kajian ini bersandarkan kepada Teori Konstruktivisme (Piaget, 1972; Vygotsky, 1978) dan Model Representasi Bruner (1966) sebagai asas konseptual yang menyokong penggunaan aplikasi GeoGebra dalam pengajaran dan pembelajaran graf fungsi trigonometri. Teori Konstruktivisme menegaskan bahawa pembelajaran yang bermakna berlaku apabila pelajar terlibat secara aktif dalam membina pengetahuan melalui pengalaman, penerokaan dan interaksi dengan persekitaran pembelajaran (Jonassen, 1999; Fosnot & Perry, 2005). Sementara itu, Model Representasi Bruner menekankan kepentingan urutan pembelajaran melalui peringkat enaktif, ikonik dan simbolik dalam membina kefahaman konsep matematik yang mendalam dan holistik (Bruner, 1966). Kedua-dua kerangka teori ini secara kolektif menjelaskan mengapa pendekatan berasaskan visualisasi dinamik melalui aplikasi GeoGebra adalah lebih berkesan berbanding kaedah pengajaran konvensional khususnya bagi topik yang melibatkan konsep abstrak seperti graf fungsi trigonometri.

Walau bagaimanapun, analisis literatur ini turut mendedahkan wujudnya jurang penyelidikan yang signifikan dalam bidang ini. Majoriti kajian yang sedia ada lebih memfokuskan kepada kesan umum penggunaan aplikasi GeoGebra terhadap pencapaian akademik pelajar tanpa meneliti secara spesifik kemahiran melukis graf dan keupayaan menginterpretasi perubahan parameter graf fungsi trigonometri. Selain itu, kajian yang menilai keberkesanan aplikasi GeoGebra secara khusus dalam konteks pendidikan Malaysia terutamanya bagi mata pelajaran Matematik Tambahan masih amat terhad. Jurang ini menunjukkan keperluan yang mendesak terhadap penyelidikan empirikal yang lebih berfokus dan bersistematik dalam konteks tempatan.

Implikasi Kajian

Sebagai sebuah kertas konseptual, kajian ini memberikan implikasi yang penting kepada tiga domain utama iaitu implikasi teoritikal, implikasi pedagogi dan implikasi kepada penyelidikan masa hadapan. Dari sudut implikasi teoritikal, kajian ini menyumbang kepada perbincangan akademik berkaitan pengintegrasian Teori Konstruktivisme dan Model Representasi Bruner dalam konteks pembelajaran matematik berasaskan teknologi. Penggabungan kedua-dua kerangka teori ini menghasilkan asas konseptual yang lebih komprehensif dalam menjelaskan mekanisme kognitif yang mendasari pembelajaran graf fungsi trigonometri menggunakan aplikasi GeoGebra. Secara khususnya, kerangka ini menjelaskan bagaimana ciri visualisasi dinamik aplikasi GeoGebra dapat menyokong pembinaan

pengetahuan pelajar secara berperingkat, bermula daripada peringkat manipulasi visual yang konkrit melalui slider untuk parameter diikuti dengan pemerhatian perubahan grafik secara ikonik dan akhirnya pembentukan kefahaman simbolik melalui interpretasi persamaan algebra. Kerangka konseptual yang dibangunkan dalam kajian ini boleh dijadikan asas rujukan kepada penyelidik dan pengamal pendidikan dalam mereka bentuk kajian lanjutan yang lebih berfokus dan terarah.

Dari sudut implikasi pedagogi, kajian ini memberikan justifikasi konseptual yang kukuh kepada guru-guru Matematik Tambahan untuk mempertimbangkan penggunaan aplikasi GeoGebra sebagai sebahagian daripada strategi pengajaran graf fungsi trigonometri yang lebih berkesan. Berdasarkan sintesis literatur, adalah dicadangkan agar guru merancang aktiviti pengajaran yang membolehkan pelajar meneroka secara sendiri perubahan parameter amplitud, tempoh kitaran dan translasi melalui ciri slider aplikasi GeoGebra sejajar dengan prinsip pembelajaran aktif dan berpusatkan pelajar yang ditekankan oleh Teori Konstruktivisme. Selain itu, implikasi kajian ini juga relevan kepada pihak Kementerian Pendidikan Malaysia dan Bahagian Pembangunan Kurikulum agar menyediakan latihan profesional yang lebih berstruktur kepada guru bagi memastikan potensi teknologi ini dapat direalisasikan secara berkesan di bilik darjah selaras dengan tuntutan Dokumen Standard Kurikulum dan Pentaksiran (DSKP) Matematik Tambahan serta Pelan Pembangunan Pendidikan Malaysia 2013–2025 yang menekankan pengintegrasian teknologi dalam pendidikan.

Dari sudut implikasi kepada penyelidikan masa hadapan, kertas konseptual ini berfungsi sebagai titik tolak kepada penyelidikan empirikal yang lebih sistematik dan mendalam. Berdasarkan jurang penyelidikan yang telah dikenal pasti adalah dicadangkan agar kajian lanjutan menjalankan kajian kuasi-eksperimen yang menilai secara langsung keberkesanan penggunaan aplikasi GeoGebra dalam meningkatkan kemahiran melukis dan menginterpretasi graf fungsi trigonometri dalam kalangan pelajar Matematik Tambahan di Malaysia. Di samping itu, pendekatan kaedah campuran (*mixed methods*) turut disarankan bagi membolehkan penyelidik meneroka kesan terhadap pencapaian akademik dan memahami proses kognitif dan afektif pelajar secara lebih mendalam melalui kaedah kualitatif seperti temu bual dan analisis protokol berfikir lantang (*think-aloud protocol*). Penyelidikan sedemikian akan menghasilkan dapatan yang lebih komprehensif dan kontekstual dalam menyokong pengintegrasian teknologi secara berkesan dalam pengajaran dan pembelajaran matematik di Malaysia.

Kesimpulannya, kertas konseptual ini menegaskan bahawa penggunaan aplikasi GeoGebra mempunyai potensi yang signifikan dalam memperkukuh pengajaran dan pembelajaran graf fungsi trigonometri dalam mata pelajaran Matematik Tambahan. Pengintegrasian teknologi ini berupaya meningkatkan kefahaman konseptual dan kemahiran visualisasi pelajar serta turut menyokong pelaksanaan pembelajaran abad ke-21 yang menekankan penglibatan aktif, pemikiran kritis dan literasi digital dalam kalangan pelajar. Justeru, kajian empirikal lanjutan amat diperlukan bagi mengesahkan secara langsung potensi yang telah dikenal pasti dalam kertas konseptual ini sekaligus memperkukuh landasan ilmiah bagi pengintegrasian aplikasi GeoGebra dalam kurikulum Matematik Tambahan di Malaysia.

RUJUKAN

- Abdullah, N. A., & Zakaria, E. (2019). Students' difficulties in learning trigonometry: A case study in Malaysian secondary schools. *Journal of Mathematics Education*, 10(2), 45–54.
- Arbain, N., & Shukor, N. A. (2015). The effects of GeoGebra on students achievement. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 172, 208–214. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.356>
- Azizah, M. N. (2022). Trigonometri, GeoGebra, dan infografis: Sebuah prosedur pembelajaran yang sangkil dan mangkus. *Ideguru: Jurnal Karya Ilmiah Guru*, 8(1), 17–24.
- Bedada, T. B., & Machaba, F. M. (2022). The effect of GeoGebra on STEM students' learning trigonometric functions. *Cogent Education*, 9(1), Article 2034240. <https://doi.org/10.1080/2331186X.2022.2034240>
- Bingham, G. E. (2019). Students' understanding of trigonometric functions and the unit circle. *Journal of Mathematical Behavior*, 55, 1–13. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.01.002>
- Bodner, G. M. (1986). Constructivism: A theory of knowledge. *Journal of Chemical Education*, 63(10), 873–878. <https://doi.org/10.1021/ed063p873>
- Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Harvard University Press.
- Bruner, J. S. (1977). *The process of education*. Harvard University Press.

- Çelik, D., & Kadir, B. (2020). Dynamic mathematics software and students' conceptual understanding in trigonometry. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(8), 1203–1220. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1705406>
- Cheow, J. S., et al. (2019). *Effects of teaching using Concrete–Pictorial–Abstract module on pupils' achievement and retention in fractions*. Universiti Sains Malaysia.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research methods in education* (8th ed.). Routledge.
- Esmawi, E. E., Abdul Ghani, N. A., & Wei, K. K. (2025). Peningkatan kemahiran melakar graf trigonometri menggunakan TGT dan Teknik Feynman dalam pengajaran dan pembelajaran matematik. *JTVE: Special Issue - International Action Research TVET Conference, IARTC 2025*, 10(2), 799–815.
- Fatimah, A. T., Amam, A., & Effendi, A. (2017). Konstruksi pengetahuan trigonometri kelas X melalui GeoGebra dan LKPD. *Jurnal Nasional Pendidikan Matematik*, 1(1), 87–98.
- Fauzi, M. N., & Rahman, M. F. A. (2021). Effectiveness of GeoGebra in teaching trigonometric graphs among secondary school students. *Malaysian Journal of Educational Technology*, 21(3), 78–90.
- Fosnot, C. T., & Perry, R. S. (2005). Constructivism: Theory, perspectives, and practice. In C. T. Fosnot (Ed.), *Constructivism: Theory, perspectives, and practice* (pp. 8–38). Teachers College Press.
- Hamzah, N. A. H., & Hidayat, R. (2022). Peranan perisian GeoGebra dalam pendidikan matematik: Sorotan literatur bersistematik. *Jurnal Pendidikan Sains Dan Matematik Malaysia*, 12(2), 24–38. <https://doi.org/10.37134/jpsmm.vol12.1.3.2022>
- Hoong, L. Y., Kin, H. W., & Pien, C. L. (2015). *Concrete–Pictorial–Abstract: Surveying its origins and charting its future*. National Institute of Education, Singapore.
- Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2004). Combination of dynamic geometry, algebra, and calculus in GeoGebra. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 269–294.
- Hohenwarter, M., & Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra: The case of GeoGebra. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27(3), 126–131.
- Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007). Dynamic mathematics with GeoGebra. *Journal of Online Mathematics and Its Applications*, 7, 1–7.
- Hui, C. S., Hoe, L. N., & Lee, K. P. (2017). Teaching and learning with Concrete–Pictorial–Abstract sequence. *The Mathematics Educator*, 17(1), 1–15.
- Idris, N., Abdullah, N., & Sembak, S. (2015). Kesedaran metakognisi dan pemahaman konsep dalam penyelesaian masalah matematik. *Jurnal Pendidikan Sains & Matematik Malaysia*, 5(2), 23–40.
- Johari, N. A., Chan, L. O., Ramli, R., & Ahmat, N. (2010). The effect of GSP on students' understanding in the graphs of trigonometric functions. In *Fifteenth Asian Technology Conference In Mathematics (ATCM) On (Pp. 17-21)*
- Kalyuga, S., & Singh, A.-M. (2016). Rethinking the boundaries of cognitive load theory in complex learning. *Educational Psychology Review*, 28(4), 831–852. <https://doi.org/10.1007/s10648-015-9352-0>
- Kementerian Pendidikan Malaysia. (2019). *Kurikulum Standard Sekolah Menengah: Matematik Tambahan Tingkatan 4 dan 5*. Bahagian Pembangunan Kurikulum.
- Khor, M. K., & Md-Ali, R. (2017). GeoGebra: Towards realizing 21st century learning in mathematics education. *Malaysian Journal of Learning and Instruction, Special Issues*, 93–115.
- Larson, R., & Hostetler, R. P. (2014). *Precalculus with limits: A graphing approach* (6th ed.). Cengage Learning.
- Leong, K. E. (2013). Impact of Geometer's Sketchpad on students achievement in graph functions. *Malaysian Online Journal of Educational Technology*, 1(2), 19–33.
- Mainali, B. (2021). Representation in teaching and learning mathematics. *Journal of Mathematics Education*, 12(1), 1–15.
- Maknun, C. L., Rosjanuardi, R., & Jupri, A. (2020). Didactical design on drawing and analysing trigonometric functions graph through a unit circle approach. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(3), Article em0614. <https://doi.org/10.29333/iejme/9275>
- Masri, R., Hiong, T. S., Tajudin, N. M., Zamzamin, Z. Z., & Shah, R. L. Z. R. M. (2016). The effects of using GeoGebra teaching strategy in Malaysian secondary schools: A case study from Sibul, Sarawak. *GEOGRAFIA Online Malaysian Journal of Society and Space*, 12(7), 13–25.
- Maltildis, P., Ndori, V. H., So'i, M. Y., & Sutari, Y. (2025). Penggunaan aplikasi GeoGebra dalam meningkatkan motivasi siswa kelas X pada materi trigonometri. *Secondary: Jurnal Inovasi Pendidikan Menengah*, 5(3), 428–436. <https://doi.org/10.51878/secondary.v5i3.6402>

- McNeil, N. M., & Uttal, D. H. (2009). Rethinking the use of concrete materials in learning. *Child Development Perspectives*, 3(3), 137–139. <https://doi.org/10.1111/j.1750-8606.2009.00093.x>
- Mohmad Kamal, N., & Maat, S. M. (2021). Keberkesanan penggunaan perisian GeoGebra dalam pembelajaran fungsi dan graf terhadap pencapaian pelajar matrikulasi jurusan perakaunan. *Malaysian Journal of Social Sciences and Humanities (MJSSH)*, 6(9), 294–309. <https://doi.org/10.47405/mjssh.v6i9.1035>
- Mosese, N., & Ogbonnaya, U. I. (2021). GeoGebra and students' learning achievement in trigonometric functions graphs representations and interpretations. *Cypriot Journal of Educational Sciences*, 16(2), 827–846.
- Mutodi, P. (2023). Investigating high school students' misconceptions in sketching trigonometric graphs. *Journal of Mathematical Behavior*, 72, Article 101118. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2023.101118>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- Ng, A. P., & Rosli, R. (2023). Sorotan literatur bersistematik: Penggunaan perisian GeoGebra dalam pembelajaran geometri. *Jurnal Pendidikan Sains dan Matematik Malaysia*, 13(1), 64–78. <https://doi.org/10.37134/jpsmm.vol13.1.6.2023>
- Orhani, S. (2022). Performing homework using ICT for graphical presentation of trigonometric functions: A qualitative analysis. *International Research Journal of Science, Technology, Education, and Management*, 2(2), 67–78.
- Piaget, J. (1972). *The psychology of the child*. Basic Books.
- Picaza, R. R. (2023). GeoGebra application for trigonometry subject: A quasi-experimental research. *East Asian Journal of Multidisciplinary Research*, 2(5), 2145–2164. <https://doi.org/10.55927/eajmr.v2i5.4152>
- Ruf, A., Brückner, S., & Harel, G. (2024). Students' graphing skills in STEM education: Difficulties and instructional approaches. *arXiv*. <https://arxiv.org/abs/2411.13195>
- Stewart, J. (2016). *Calculus: Early transcendentals* (8th ed.). Cengage Learning.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Weber, K. (2005). Students' understanding of trigonometric functions. *Mathematics Education Research Journal*, 17(3), 91–112. <https://doi.org/10.1007/BF03217423>
- Zakaria, E., & Khalid, F. (2016). A case study of mathematics teachers' use of GeoGebra in Malaysia. *Turkish Online Journal of Educational Technology*, 15(4), 104–111.
- Zengin, Y. (2017). The effects of GeoGebra on students' conceptual and procedural knowledge. *Computer Applications in Engineering Education*, 25(6), 1–15. <https://doi.org/10.1002/cae.21845>